en donde,

$$\cos \omega = \frac{5}{\sqrt{74}}, \quad \operatorname{sen} \omega = -\frac{7}{\sqrt{74}} \quad y \quad p = \frac{11}{\sqrt{74}}.$$

Como $\cos \omega$ es positivo y $\operatorname{sen} \omega$ es negativo, ω está en el cuarto cuadrante (Apéndice IC, 1). En la tabla B del Apéndice II, se encuentra que el valor de ω es $305° 32'$. En la figura 43 se ha trazado la recta.

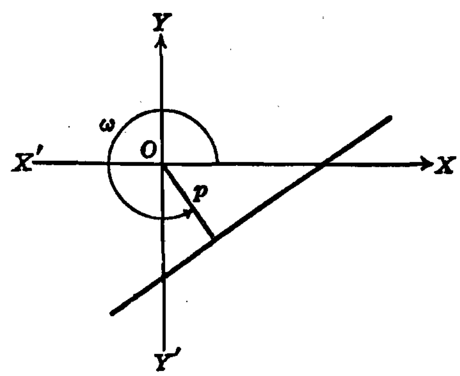

Fig. 43

EJERCICIOS. Grupo 11

Dibujar una figura para cada ejercicio.

1. Hallar la ecuación de una recta en la forma normal, siendo $\omega = 60°$ y $p = 6$.

2. Una recta es tangente a un círculo de centro en el origen y radio 3. Si el punto de tangencia es $(2, -\sqrt{5})$, hállese la ecuación de la tangente en la forma normal.

3. La ecuación de una recta en la forma normal es $x \cos \omega + y \operatorname{sen} \omega - 5 = 0$. Hallar el valor de ω para que la recta pase por el punto $(-4, 3)$.

4. Reducir la ecuación $12x - 5y - 52 = 0$ a la forma normal, y hallar los valores de p y ω.

5. Hallar la distancia* del origen a la recta $2x - 3y + 9 = 0$.

6. Determinar el valor de k para que la distancia del origen a la recta $x + ky - 7 = 0$ sea 2.

7. Reducir la ecuación $y = mx + b$ a la forma normal, y hallar los valores de p y ω.

8. Hallar la ecuación de la recta cuya distancia del origen es 5 y que pasa por el punto $(1, 7)$. (Dos soluciones.)

---

* Al hablar de distancia de un punto a una recta se sobrentiende el segmento de perpendicular trazado del punto a la recta. Lo mismo al hablar de distancia entre paralelas.

9. El ángulo de inclinación de una recta es de 45°. Hallar su ecuación si su distancia del origen es 4. (Dos soluciones.)

10. Reducir la ecuación $x = k$ a la forma normal, y hallar los valores de p y ω para los tres casos: $k < 0$, $k = 0$ y $k > 0$.

11. Reducir la ecuación $y = k$ a la forma normal, y hallar los valores de p y ω para los tres casos: $k < 0$, $k = 0$ y $k > 0$.

12. La pendiente de una recta es -3. Hallar su ecuación si su distancia del origen es 2. (Dos soluciones.)

13. Hallar la forma normal de la ecuación de la recta que pasa por los dos puntos $A(-1, 7)$ y $B(4, 2)$.

14. Hallar la forma normal de la ecuación de la recta que es paralela a la recta $x - 5y + 11 = 0$ y pasa por el punto $A(-7, 2)$.

15. Hallar la ecuación de la recta que es paralela a la que tiene por ecuación $3x + 2y - 9 = 0$ y cuya distancia del origen es 8. (Dos soluciones.)

16. Hallar la forma normal de la ecuación de la recta que es perpendicular a la recta $2x - 3y + 7 = 0$ y determina sobre el eje X el segmento -9.

17. Los vértices de un triángulo son $A(-4, 2)$, $B(-1, 5)$ y $C(2, -1)$. Hállense las ecuaciones de las alturas en la forma normal.

18. Hallar la distancia del origen a cada una de las rectas paralelas $3x + 5y - 11 = 0$ y $6x + 10y - 5 = 0$. Deducir de este resultado la distancia entre las dos rectas.

19. Hallar la distancia del origen a cada una de las rectas paralelas $2x + 3y - 4 = 0$ y $6x + 9y + 11 = 0$. A partir de esto calcular la distancia entre las dos rectas.

20. La ecuación de una recta l es $x + 3y - 6 = 0$, y las coordenadas de un punto P son $(4, 7)$. Hallar la ecuación de la recta que pasa por P y es paralela a l. A partir de este resultado hallar la distancia de P a l.

33. Aplicaciones de la forma normal. A continuación vamos a considerar dos aplicaciones de la forma normal.

a) *Cálculo de la distancia de una recta a un punto dado.* Sea l la recta dada y $P_1(x_1, y_1)$ el punto, y designemos por d la distancia de l a P_1. Como P_1 y l pueden ser cualesquiera en el plano coordenado, hay seis posiciones relativas posibles de P_1, l y el origen O, tal como se indica en la figura 44. (Véase Art. 2, fig. 2.)

Supongamos que la forma normal de la ecuación de l es

$$x \cos \omega + y \operatorname{sen} \omega - p = 0. \qquad (1)$$

Sea l' la recta trazada por P_1 y paralela a l, y sea p' la longitud de la perpendicular trazada desde el origen a l'.

Como tendremos ocasión de tratar con segmentos de recta dirigidos, asignaremos la dirección positiva a la recta normal trazada *desde* el origen hacia la recta l. Esta dirección positiva está indicada en la figura 44 por la normal ON que corta a l en el punto A y a l' en el B. Entonces, en cada uno de los casos,

$$d = |\overline{AB}|. \qquad (2)$$